

# MOŽNOSTI MODELOVANIA ŠKRUPINOVÝCH KONŠTRUKCIÍ V ÚLOHÁCH STATIKY A DYNAMIKY

**Ing. Daniel Bukov, autorizovaný stavebný inžinier**

OK TEAM, Budatínska 31, 851 05 Bratislava

## 1 ÚVOD

Škrupinové konštrukcie patria k náročným inžinierskym dielam a poznaním ich skutočného správania z hľadiska mechanickej odolnosti a spoľahlivosti sa zaoberá veľké množstvo vedcov a vedeckých pracovísk. Škrupinové konštrukcie sú vo forme tenkých a hrubých škrupín súčasťou skoro každej stavebnej a technologickej nosnej konštrukcie alebo strojného zariadenia.

V súčasnej praxi výpočtu vnútorných síl nosných konštrukcií stavieb, pevnostnej analýzy technologických konštrukcií, strojov a ich častí, je vo veľmi veľkom množstve analýz používaná pre výpočet škrupinových a doskostenových konštrukcií metóda konečných prvkov (MKP). Aplikácia MKP je silne závislá na aplikácii výpočtových programov v spojení s pomerne výkonnými počítačmi. Jedným z prvých komplexných programov dostupných pre analýzu konštrukcií bol v roku 1973 v USA dostupný program SAP IV, ktorý bol vytvorený na MTI Berkeley pod vedením E. Wilson a K.J. Bathe, u nás k jedným z prvých patril systém NE-XX a z neho program NE-14 jeden z predchodcov výpočtových programov NEXIS a neskôr SCIA ESA PT. V čase používania programu SAP IV bola rýchlosť najrýchlejšieho počítača GRAY-1 3 milióny operácií za sekundu (oper/s) v roku 1983 malo PENTIUM III s procesorom 450 MHz 69 mil. oper/s čo je cca 23 x rýchlejšie. V súčasnosti sa frekvencia procesora personálnych počítačov pohybuje bežne cez 2GHz operačná pamäť veľkosti 1 až 2 GB nie je nič výnimočné a priestor na vonkajších pamäťových zariadenia sa pohybuje v 100-kách GB. Rýchlosť počítačov otvára cestu k mohutnejšiemu využitiu MKP

V príspevku sú diskutované niektoré problémy analýz škrupinových a doskostenových konštrukcií pri využití výpočtových programov NEXIS a SCIA ESA PT.

## 2 VÝPOČTOVÝ MODEL A NÁROKY NA VÝPOČTOVÝ PROGRAM

Škrupinová konštrukcia vo všeobecnosti je tvorená zakriveným lebo plošnými časťami konštantnej alebo premennej hrúbky. Riešená konštrukcia čo do geometrie môže byť aproximovaná prvkami zakrivenými alebo plošnými. Pri použití plošných prvkov a pri malých krivostiach plochy je potrebné z dôvodu vystihnúť geometrického tvaru použiť pomerne husté delenie. Použitím rovinných prvkov pre aproximáciu zakrivených plôch sa konštrukcia mení na doskostenovú. V programoch NEXIS a SCIA ESA PT sú využívané rovinné prvky s veľmi výkonnými generátormi škrupinových konštrukcií. V príspevku sa preto sústredím na problematiku a možnosti využitia rovinných prvkov. Doskostenová konštrukcia je vo všeobecnosti zložená z plošných rovinných prvkov, ktoré môžu byť zaťažené v strednicovej rovine alebo kolmo na strednicovú rovinu. V praxi sú tieto konštrukcie často kombinované s prúťovými prvkami tvoriacimi výstupy. V oceľových

konštrukciách sú hrúbky doskostí spravidla malé a často sú excentricky pripojené výstupy, v betónových konštrukciách sú prvky hrubé.

Základným cieľom každého výpočtu je preukázať spoľahlivosť konštrukcie z hľadiska mechanickej odolnosti ako aj použiteľnosti. Aj keď predchádzajúca veta vyznieva ako jednoduchý zákon, jej naplnenie pri zložitých konštrukciách je často zložitá.

Z hľadiska tvorby výpočtového modelu doskostenovej konštrukcie musíme mať na pamäti základnú odlišnosť oproti pôsobeniu prúťových konštrukcií, konštrukcie pôsobia v dvoch smeroch. V mnohých konštrukciách hlavne tenkostenných má výrazný podiel na napätosti membránové pôsobenie a na druhej strane je tu vplyv šmykového ochabnutia alebo vydúvania stien.

Aproximácia počiatkového geometrického tvaru je prvým predpokladom na dosiahnutie správneho výsledku. Reálny tvar nosnej konštrukcie má imperfekcie, ktoré je potrebné považovať za náhodné a preto je potrebné zvoliť reálny počiatkový tvar tak, aby dal najnepriaznivejšie výsledky. Táto požiadavka vedie k riešeniu tej istej sústavy (konštrukcie) s rôznymi modifikáciami geometrie zahrňujúce vplyvy imperfekcií. Reálne úlohy môžu mať bežne viac ako 15 000 a výnimkou nie sú ani úlohy s viac ako 250 000 tisíc stupňami voľnosti. Z uvedených odhadov vychádzajú značné nároky na algoritmy výpočtov ako aj na rýchlosť výpočtovej techniky. Zo súčasného pohľadu sa takýto postup javí pre prax navrhovania ako zdĺhavý so značnými nárokmi na softwarové a hardwarové vybavenie. Výhodou takéhoto riešenia je zlúčenie globálnej analýzy konštrukcie a posúdenia jednotlivých častí do jedného výpočtového postupu. Takýto výpočtový postup je sotva možné použiť pri riešení odozvy doskostenovej konštrukcie na dynamické účinky. Pre riešenie odozvy na seizmické zaťaženie by bolo nevyhnutné použiť riešenie odozvy numerickou integráciou pohybových rovníc pri budení uzlov podopretia akcelerogramom. Použitie lineárnych spektier odozvy je vylúčené často nelineárnym charakterom úlohy.

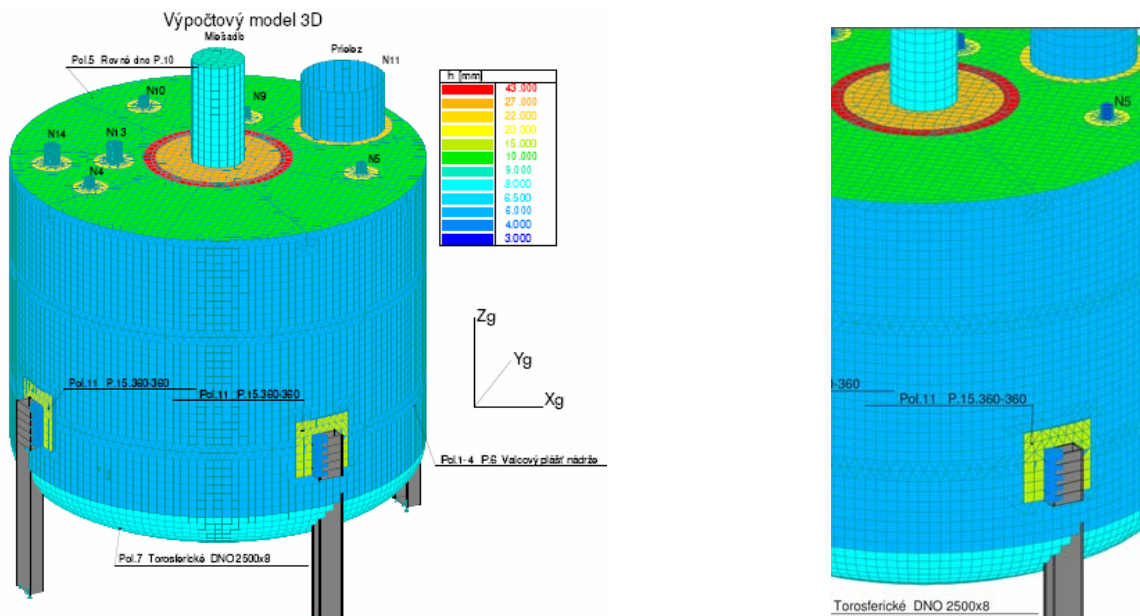
Pre riešenie doskostenových konštrukcií MKP je dostupnejšie riešiť konštrukciu v dvoch etapách. I etapa je riešenie globálnej odozvy konštrukcie bez vplyvu imperfekcií v lineárnej oblasti. Výsledkom riešenia sú vnútorné sily, napätia a deformácie konštrukcie. Druhá etapa je posúdenie jednotlivých častí pomocou normových predpisov so zohľadnením vydúvania stien a šmykového ochabnutia širokých pásov. Takéto riešenie je menej náročné na použitý software a výkon počítača. Pre aproximáciu konštrukcie vystačíme s plošnými prvkami a prúťmi.

Pri riešení konštrukcie za predpokladu geometrickej a fyzikálnej linearít je posúdením jednotlivých častí potrebné preukázať spoľahlivosť s ohľadom na stabilitné problémy (vzper prúťov, vydúvanie a šmykové ochabnutie). Posúdenie je potom realizované podľa platných noriem navrhovania. V súčasnosti sú pre takéto posúdenia dostupné EUROKÓDY napríklad Eurocode 3 Časť 1.5 a Časť 1.7 pre oceľové konštrukcie.

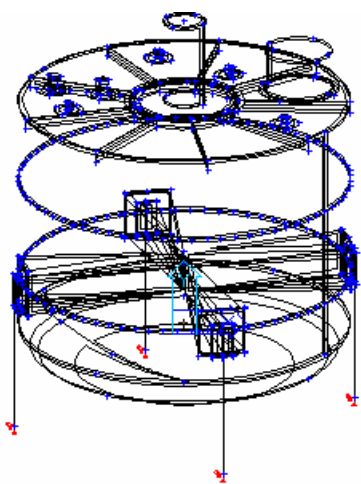
Tenkostenná doskostenová konštrukcia vplyvom šmykového ochabnutia a vydúvania mení svoju tuhosť, ktorá má vplyv na zmenu vnútorných síl. Ak je miera zmeny vnútorných síl významná, musí byť konštrukcia posúdená s ohľadom na túto zmenu. Zmenu je možné do výpočtového modelu zaviesť zmenami hrúbok resp. širok častí konštrukcie. Zmenou sa nesmie meniť pôvodný model čo do globálnej geometrie. Vhodné je už pri tvorbe výpočtového modelu predpokladať miesta kde bude potrebné meniť hrúbky elementov, aby boli zásahy do existujúceho modelu minimálne.

## 2.1 Výpočtový model valcovej nádrže

Škrupinové konštrukcie môžeme v mnohých prípadoch veľmi spoľahlivo modelovať rovinnými doskostenovými prvkami dostupnými v programoch SCIA ESA PT a NEXIS. Uvediem niekoľko príkladov na, ktorých demonštrujem možnosť vytvorenia modelu čo do vystihnúť geometrie a pôsobenia konštrukcie.



Obr. 1 Výpočtový model nádrže



Obr. 2 Výpočtový model – makroelementy

Pre tvorbu výpočtového modelu bol použitý systém NEXIS s modulom prieniky telies. Jednotlivé časti boli modelované nasledovnými prvkami :

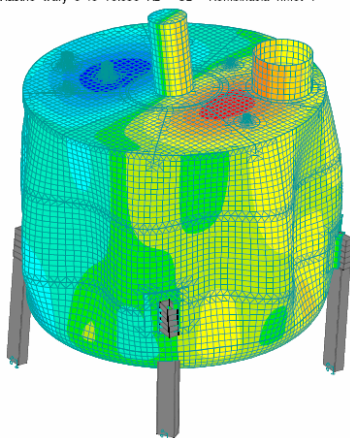
- plášť je modelovaný ako valcová škrupina,
- dno rotácia riadiacej čiary,
- podpory ako prútové prvky,
- oblasť zosilnenia škrupiny je modelovaná ako časť valcového segmentu spojená pomocou medzikruží a rovinných modelujúcich zvary,
- zosilnenie hrdiel - límce ako medzikružie a jeho spojenie za horným dnom resp. plášťom je možné vytvoriť použitím prienikov valcov alebo prekrytím rovinných makier.

Použitie prienikov umožňuje vytvoriť aj jednotlivé časti a ich prepojenie. Pre modelovanie zosilnenia plášťov škrupín nie je možné použiť zväčšenie hrúbky škrupiny v danom mieste. V skutočnosti je límec alebo zosilňovaná plocha pripojená často iba kútovým zvarom po obvode.

Výpočtový model konštrukcie a použité makroelementy musia umožniť samozrejme aj vhodným spôsobom modelovať zaťaženie. Zaťaženie tlakom je možné modelovať ako plošné zaťaženie v lokálnom súradnicovom systéme prvkov. Pre hydrostatický tlak je možné a výhodné požiť tzv. voľné zaťaženia, ktoré sú veľmi efektívnym nástrojom pre modelovanie zaťaženia. Zvlášť starostlivo treba postupovať v prípade škrupín s otvormi zaťažených tlakom. Otvory narušujú rotačnú symetriu a zaťaženie v mieste otvoru „chýba“, preto treba jeho účinky nahradiť tlakom na fiktívne dno alebo líniovým zaťažením po obvode hrdla. Kontrolu správnosti zadania rotačne symetrickej úlohy (aj čo do zaťaženia) je treba urobiť v kontrole reakcií, kde v prípade vnútorného tlaku alebo pretlaku musí byť výsledná horizontálna reakcia rovná nule alebo aspoň približne rovná nule.

Pri zaťažení dynamickými účinkami je potrebné vystihnúť pôsobenie hmoty. Kvapalina v nádrži býva veľkým problémom. Jeden z možných postupov je prisúdenie hmoty kvapaliny plášťu nádrže. Takýto postup nerešpektuje správanie kvapaliny v nádrži. Ďalším možným postupom je kombinácia analytických riešení s numerickými. Analyticky sa určí podiel hmôt a ich rozmiestnenie a numericky sa určia vlastné frekvencie a odozva nádrže. Objektívnym postupom je použitie fluidných prvkov pre model kvapaliny a na riešenie odozvy potom použiť odozvu na seizmické zaťaženie dané akcelerogramami (numerickú integráciu pohybových rovníc (time history analysis). Pri prvom postupe je možné použiť metódu lineárnych spektier odozvy.

Vlastné tvary 5 f5=16.996 Hz - Uz - Kombinácia hmôt 1



Pri riešení odozvy na seizmické zaťaženie je absolútne nevyhnutné kontrolovať podiel efektívnej hmoty k celkovej hmoty sústavy s výnimkou hmôt v miestach ukotvenia. Tento podiel musí byť väčší ako 0.9.

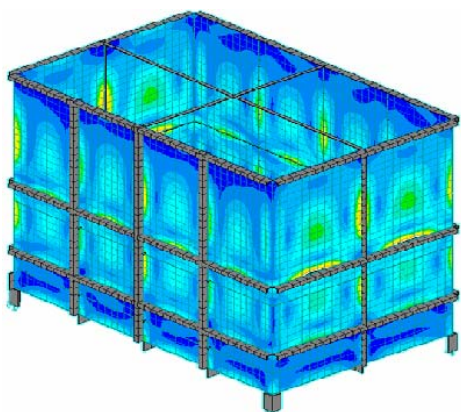
Hydrodynamické účinky kvapaliny je v prípade použitia metódy lineárnych spektier odozvy potrebné vypočítať kvázisaticky.

Výpočtom obyčajne získavame veľkosti normálových a šmykových napätí na oboch povrchoch škrupiny to znamená, že sa zohľadňuje aj vplyv ohybových momentov. Z hľadiska posúdenia bezpečnosti konštrukcie sú významné hlavné napätia alebo

Obr. 3 Vlastné kmitanie nádrže porovnávacie napätia podľa niektorej z teórie porušení, z ktorých sa často používa teória Huber-Miseses-Hencky - H-M-H. Celkové účinky v priereze získavame ako výslednice vnútorných síl pôsobiacich v reze konštrukcie. Rezová rovina musí byť vedená tak, aby rezala len tie konštrukcie, na ktoré sa vzťahujú príslušné ustanovenia noriem pre navrhovanie.

## 2.2 Výpočtový model pravouhlej nádrže

Hranaté nádrže nie sú vhodnou konštrukciou pre skladovanie tekutých alebo sypkých produktov, v praxi sú však z priestorových a často aj z prevádzkových dôvodov navrhované pomerne často. V prípade oceľových nádrží, kde je výrazné pôsobenie membránových síl, z dôvodu malej ohybovej tuhosti plášťa nádrže sa pri hospodárnom návrhu nezaobídeme bez využitia geometrickej nelinearity. Pri použití nelineárneho riešenia membránové sily výrazne znižujú ohybové namáhania v plášti nádrže.



Obr.4 Hranatá nádrž

Výstupy nádrže sú modelované ako excentricky pripojené prúty. Plášť nádrže je modelovaný doskostenovými prvkami.

Podpery nádrže je potrebné modelovať tak, aby vystihovali skutočné uloženie nádrže. Modelovanie pevných podpier na všetkých miestach uloženia nádrže vedie k extrémnym hodnotám napätí indukovaných neposuvnosťou uzlov, pôsobením nádrže ako vysokého nosníka (klenby). Trenie v uložení nádrže je možné modelovať pružinami s príslušnou tuhosťou. Statik musí dbať na to, aby predpoklady o uložení neboli konzervatívne pre návrh nádrže a na druhej strane ani pre uloženie nádrže.

Pre posúdenie miesta uloženia sa často vystačí s normovými vzťahmi, v prípade extrémnych zaťažení alebo neistoty v pôsobení je možné urobiť podrobnejší model miesta uloženia. Hlavnými problémami v prípade riešenia uloženia je riešenie kontaktnej úlohy, kde sa bez nelineárneho modelu v prípade veľkých ohybových momentov (nadvihovanie časti pätky) nedajú očakávať hodnoverné výsledky.

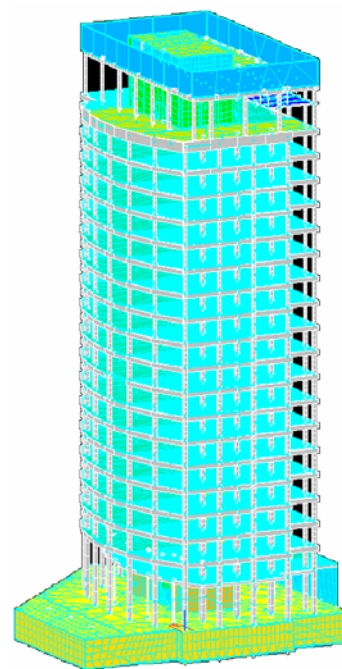
## 2.3 Vysoké budovy

Nosná konštrukcia výškovej budovy sa dá charakterizovať ako konzola so zložitejšou vnútornou štruktúrou. Tvorba výpočtového modelu je determinovaná nosnou konštrukciou ale aj očakávaným rozsahom a očakávanými výsledkami riešenia odozvy konštrukcie. MKP je mohutným nástrojom pre modelovanie konštrukcií najrozličnejšieho typu.

Nosná konštrukcia výškovej budovy je zvyčajne spojením nosných prvkov značne rozdielnych vlastností. Základové konštrukcie sú mohutné, základové dosky s hrúbkou od 1500 mm do 2700 mm sú bežné).

Pri použití železobetónu ako materiálu na nosné konštrukcie sú zvislé nosné konštrukcie steny v spodnej časti budov hrúbky 400 až 700 mm v hornej časti 200 mm, stĺpy s prierezom 700/700 mm po 300/300 mm. Stropné konštrukcie pri použití bodovo podopretých železobetónových dosiek od hrúbky 200 do 300 mm.

Ak je nosná konštrukcia budovy navrhnutá z ocele resp. z kombinácie oceľových a železobetónových konštrukcií, je z hľadiska tvorby výpočtového modelu zvlášť dôležité rozhodnutie a spôsobe modelovania dosiek vystužených rebrami.

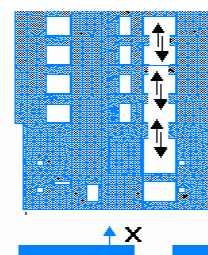


Obr.5 Výšková budova

### 2.3.1 Jednoduché výpočtové modely výškových budov

Jednoduché výpočtové modely výškových budov spravidla nahrádzajú priestorové usporiadanie nosnej konštrukcie oddelenou sústavou rovinných plošných konštrukcií, pri väčšom zjednodušení prútvových konštrukcií.

Pri takomto rozdelení nosnej konštrukcie je potrebné hlavne pri staticky a dynamicky nesymetrických nosných systémoch správanie okolitých častí nahradiť ekvivalentnými väzbami alebo tuhosťami. Pre vystihnutie skutočného správania nosného systému budovy je potom rozhodujúce určenie tuhosti a väzieb. V literatúre sa často uvádza metóda výpočtu



Obr.6 Šmyk v nadpraží

ohybovej tuhosti zvislých nosných konštrukcií na základe pôdorysného usporiadania zvislých nosných stien. Zvislé nosné steny po výške budovy menia svoj prierez a to nielen čo do hrúbky steny ale aj čo do oslabenia otvormi. Jednoduchým prenasobením získaných tuhostí konštantou zahrňujúcou oslabenie otvormi nemôžeme získať hodnoverný výsledok. Základný nedostatok modelu spočíva v riziku nedostatočného vystihnúť šmykovej poddajnosti steny resp. priehradového prúta. Na Obr.6 je schematicky znázornený šmyk v nadpražiach nad otvorom, ktorý má rozhodujúci vplyv na poddajnosť prúta resp. na jeho pôsobenie. Obyčajne pri takto zjednodušenom modeli sú vypočítané tuhosti väčšie ako skutočné, čo môže viesť ku konzervatívnemu výsledku. Nosný systém výškových budov je

často tvorený železobetónovým jadrom, ktoré zaisťuje vodorovnú tuhosť budovy. Pri náhrade jadra prútom treba byť zvlášť opatrný. Jadro vzhľadom na svoju funkciu je oslabené množstvom otvorov, ktorých vplyv je potrebné zahrnúť do výpočtu tuhosti náhradného prúta.

### 2.3.2 Priestorový výpočtový model

Vhodným modelom je použitie 3D výpočtového modelu so zohľadnením skutočného tvaru nosných konštrukcií. Pre vystihnutie pôsobenia je potrebné riešiť interakciu nosného systému budovy s podlažím, pri železobetónových konštrukciách hlavne pri zvislých nosných konštrukciách je potrebné zohľadniť zmrašťovanie a dotvarovanie ako aj účinky teploty. Tuhosť zvislých nosných konštrukcií a postup výstavby sa vzájomne ovplyvňujú. Pri niektorých usporiadaniach konštrukcií a ich prierezoch býva problém so získaním hodnoverných výsledkov osových síl v stĺpoch. V prípade veľkých rozdielov v osovej tuhosti jadier a stĺpov často dochádza vplyvom stlačenia stĺpov k značnému rozdielu osovej sily vypočítanej v stĺpe na základe výpočtu jednotlivých stropov. Jedným z možných riešení je zvýšenie osovej tuhosti stĺpu použitím osovej tuhosti ideálneho prierezu. Extrémne zvýšenie osovej tuhosti stĺpu môže viesť k poddimenzovaniu inej časti konštrukcie.

## 3 ZÁVER

Účelom príspevku bolo prezentovať niektoré problémy riešenia odozvy doskostenových konštrukcií. Aj napriek mohutnému pokroku v oblasti výpočtovej techniky a metód výpočtu nie je v súčasnosti možné považovať možnosti riešenia odozvy doskostenových konštrukcií v projekčnej praxi za vyčerpávajúce. Dôležitým je pre posúdenie spoľahlivosti nosného systému použitie alternatívnych výpočtových modelov alebo zjednodušených výpočtov pre overenie výsledkov.

## LITERATÚRA

- [1] Klaus-Jurgen Bathe : Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982
- [2] Edward L. Wilson: Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures Computers and Structures, Berkeley, California, USA, 2002
- [3] Bungale S. Taranath : Steel, Concrete, and Composite Design of Tall Buildings McGrawHill 1997 2nd Edition
- [4] Stafford-Smith, Alex Coull: Tall Building Structures Analysis and design Wiley-Interscience 1991
- [5] Fintel M, Ghosh SK, Iyengar. Column Shortening in Tall Buildings—Prediction and Compensation., Portland Cement Association, Skokie, Illinois, USA 1987
- [6] Anil K. Chopra.: Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, 2/E, Prentice Hall, 2001
- [7] Vysoké budovy : Eurostav Marec 2007, 13 ročník
- [8] Z. Bittnar, P. Řeřicha : Metoda konečných prvků v dynamice konstrukcí, SNTL Praha 1981
- [9] Ray W. Clough, Joseph Penzien : Dynamics of structures,
- [10] Kol. autorov: Dynamika stavebních konstrukcí, T.P. 33, SNTL, Praha 1987