

VÝPOČTOVÝ MODEL –MOŽNOSTI, OČAKÁVANIA A REALITA.

Ing. Daniel Bukov OK TEAM autorizovaný inžinier, Bratislava

Príspevok sa zaoberá možnosťami modelovania konštrukcií a technologických zariadení z hľadiska riešenia ich mechanickej odolnosti z pohľadu výpočtových programov so zameraním na programové systémy NEXIS a ESA PT. Diskutovaná je problematika tvorby výpočtových modelov z hľadiska skutočného pôsobenia, preukázania spoľahlivosti podľa známych kritérií daných normami a predpismi. Na praktických príkladoch je poukázané na splnenie očakávania a reality pôsobenia konštrukcií.

1. ÚVOD

Navrhovanie a posudzovanie konštrukcií vzhľadom na mechanickú odolnosť stabilitu voči zmene tvaru a polohy ako aj úžitkové vlastnosti sú v súčasnosti skoro výlučne spájané s využitím programových systémov a výkonnej výpočtovej techniky. Dochádza k nahradzovaniu pojmu statická schéma pojmom výpočtový model. Výpočtové modely by sme mohli nazvať zovšeobecnením statickej schémy alebo jej interpretáciou. Pre vytvorenie výpočtových modelov sa v obore mechaniky pružných a poddajných telies v prevažnej väčšine používa metóda konečných prvkov (MKP) (anglicky FEM (finite element method)). Metóda poskytuje svojou podstatou veľké možnosti z hľadiska modelovania konštrukcií a telies. Tvar telesa alebo konštrukcie je aproximovaný konečnými prvkami, z ktorých prakticky každý môže pri dodržaní istých zásad mať rozdielnu geometriu a fyzikálne vlastnosti. Z hľadiska vystihnúť skutočného tvaru riešenej konštrukcie alebo telesa sú možnosti prakticky vyčerpané. Knižnice rôznych programov poskytujú veľký výber konečných prvkov. Vhodnosť použitia jednotlivých prvkov resp. ich kombinácií je na tvorcovi výpočtového modelu. Vystihnúť geometrického tvaru, fyzikálnych vlastností konštrukcie je priamo závislé na hĺbke poznania metódy a skúsenostiach statika. Aproximácia geometrického tvaru a fyzikálnych vlastností je determinovaná aj problémom, ktorý chceme analyzovať. Aj pri najvýkonnejších počítačových systémoch súčasnosti nie je prakticky možné vytvoriť modely, ktoré podrobne vystihujú správanie konštrukcie v každom jej detaile tak, aby boli výsledky v každej časti rovnako hodnotné.

2. VÝPOČTOVÝ MODEL A RIEŠENÝ PROBLÉM

Posúdenie konštrukcií z hľadiska spoľahlivosti mechanickej odolnosti si vyžaduje vystihnúť skutočného pôsobenia konštrukcie. V praxi či v stavebníctve ale aj v strojárstve je široké spektrum riešených problémov. V stavebníctve ide o širokú triedu úloh z geotechniky (interakcia základov s podloží, stabilita geotechnických diel atď.), riešenie nosných konštrukcií ŽB budov montovaných alebo monolitických nepredpätých alebo predpätých, riešenie oceľových konštrukcií prúťových alebo plošných, včítane problémov stability.

V súčasnej praxi výpočtu vnútorných síl nosných konštrukcií stavieb, pevnostnej analýzy technologických konštrukcií, strojov a ich častí a technologických zariadení je vo veľmi veľkom množstve analýz používaná MKP. Aplikácia MKP je silne závislá na aplikácii výpočtových programov v spojení s pomerne výkonnými počítačmi. Jedným z prvých komplexných programov dostupných pre analýzu konštrukcií bol v roku 1973 v USA dostupný program SAPIV, ktorý bol vytvorený na MTI Berkeley pod vedením E.Wilson a K.J.Bathe. U nás k jedným z prvých patril systém NEXX a z neho program NE-14. V čase používania programu SAP IV bola rýchlosť najrýchlejšieho počítača GRAY-1 3 milióny operácií za sekundu (oper/s) v roku 1983 malo PENTIUM III s procesorom 450 MHz 69 mil. oper/s čo je cca 23x rýchlejšie. V súčasnosti sa frekvencia procesora personálnych počítačov pohybuje bežne cez 2 GHz, operačná pamäť veľkosti 1 až 2 GB nie je nič výnimočné a priestor na vonkajších pamäťových zariadeniach sa pohybuje v 100-kách GB.

Rýchlosť počítačov otvára cestu k mohutnejšiemu využitiu MKP v praxi, výpočtu a dimenzovania konštrukcií. Významne sa zmenil aj pomer medzi cenou výpočtovej techniky a softwarového vybavenia. Závratný rozvoj výpočtovej techniky a softwarového vybavenia neumožňuje ani v súčasnosti vytvárať výpočtové modely, ktorými by bolo možné komplexne riešiť mechanickú odolnosť konštrukcií .

Na troch príkladoch uvediem možnosti a naplnenie očakávaní pri výpočte konštrukcií.

2.1. Výpočet výškovej budovy

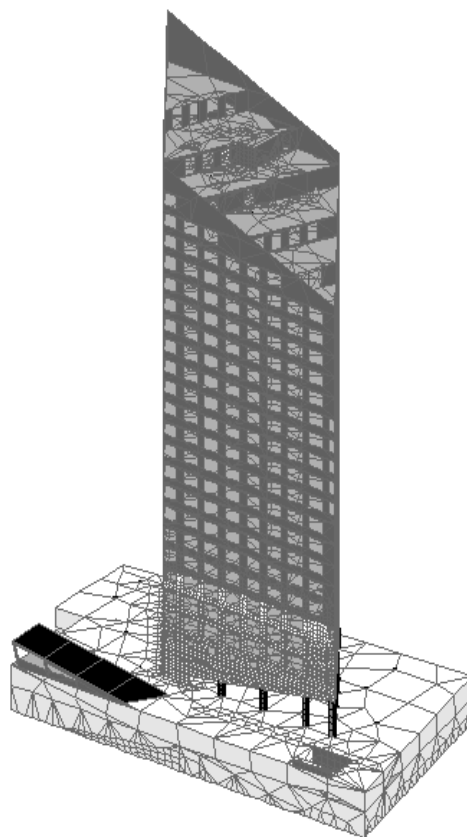
Prvým príkladom je výšková budova na Obr. 1. Výpočtový model bol vytvorený systémom NEXIS. Budova má 25 nadzemných a dve podzemné podlažia. Nosná konštrukcia je tvorená nosným obvodovým plášťom a komunikačným jadrom. Budova je založená na základovej doske. Stropy sú monolitické bodovo podopreté železobetónové dosky. Nosný obvodový plášť je v spodnej časti podopretý stĺpmi.

Hlavné problémy pri riešení nosného systému budovy :

- a) Interakcia stavby s podlažím
- b) Riešenie odozvy na statické a dynamické zaťaženie
- c) Posúdenie uzlov konštrukcie s extrémnym lokálnym zaťažením (stĺpy, stena)
- d) Dimenzovanie nosných konštrukcií

Interakciu stavby s podlažím je možné riešiť :

- aa) Vytvorením výpočtového modelu z priestorových konečných prvkov (3D) s fyzikálnym správaním základovej pôdy, ktoré je značne fyzikálne nelineárne.
- ab) Riešenie redukciou priestorového modelu podlažia na plošný model používaný v systémoch NEXIS a ESA PT.



Obr.1 Výpočtový model výškovej budovy

ac) Riešenie interakcie s použitím Winklerovho modelu podložia.

ad) Riešenie úlohy ako rovnomerného kontaktu.

Posledné dve možnosti nie je možné považovať za riešenie interakcie objektu s podloží. Tuhosť podložia nie je v prípade ac) závislá od intenzity priťaženia ani pretvorenia konštrukcie. V možnosti ad) aj keď i v súčasnosti sa stretáme s takýmto prístupom môže dôjsť a často aj dochádza k hrubým chybám a to hlavne v dimenzovaní základových konštrukcií.

Riešenie odozvy na statické a dynamické zaťaženie zahrňuje výpočet vnútorných síl v horizontálnych vertikálnych nosných konštrukciách a v základoch.

Pri tvorbe výpočtového modelu je potrebné rešpektovať očakávaný rozsah úlohy preto je potrebné nosné jadro budovy a obvodové steny spodnej časti deliť husto a v hornej tretine až polovici riedko, delenie stropov je čo najredšie aby nenarastala úloha.

Pri riešení statickej odozvy je potrebné uvažovať s pružným stlačením stĺpov, ktoré má za následok značnú redistribúciu prenosu zvislého zaťaženia.

Vo výpočte sa v železobetónových konštrukciách uvažuje s modulom pružnosti betónu, vplyv výstuže na tuhosť konštrukcie sa neuvažuje. Vhodné je pri výškových budovách, kde je aj stupeň vystuženia stĺpov väčší, uvažovať s tuhosťou ideálneho prierezu. Bez zvýšenia tuhosti stĺpov sú sily v stĺpoch v niektorých prípadoch až o 50 % menšie ako sily vypočítané z účinku jednotlivých stropov. Zvýšenie ohybovej tuhosti stĺpov (zváženie rozmerov alebo modulu pružnosti) môže negatívne ovplyvniť tuhosť budovy a tým aj jej odozvu na seizmické zaťaženie.

Odozva na seizmické zaťaženie sa pre takýto typ konštrukcie rieši spravidla metódou lineárnych spektier odozvy.

Hlavné problémy pri riešení odozvy na seizmické zaťaženie :

- ba) Tuhosť podložia
- bb) Podopretie budovy na horizontálne účinky
- bc) Kritérium pre riešenie odozvy
- bd) Súčiniteľ správania (duktility) q
- be) Smery budenia

Tuhosť podložia je pri dynamických účinkoch väčšia ako tuhosť podložia pri statickom zaťažení. Odozva objektu na dynamické zaťaženie musí byť riešená na tuhšom podloží. Tuhosť podložia je cca 3 až 5x väčšia ako je tuhosť pri statickom zaťažení.

Podopretie budovy na horizontálne zaťaženie pri riešení odozvy na dynamické zaťaženie je potrebné modelovať tak, aby nedošlo k posunu budovy ako celku (rigid body motion). Ak dôjde k pohybu objektu ako celku, podiel efektívnej hmoty („hmota aktivovaná“) a celkovej hmoty budovy je blízky 1.0 a vnútorné sily v konštrukciách sú zanedbateľne malé. Tento jav ľahko odhalíme na základe podielu efektívnej a celkovej hmoty v prvom vlastnom tvare kmitania. Ak je tento pomer blízky 0.9 je vysoko pravdepodobné, že sa objekt posúva ako celok. V prípade, že objekt má suterénne steny je vhodné zaviesť horizontálne pružné plošné podopretie stien s tuhosťou blízkou tuhosti vertikálnej tuhosti podložia. V prípade, že objekt nemá suterénne steny, je vhodné zaviesť líniové horizontálne podpery po obvode základu.

Metóda lineárnych spektier odozvy je zjednodušené povedané založená na aproximácii výslednej odozvy konštrukcie kombináciou vlastných tvarov kmitania. Počet vlastných tvarov kmitania konštrukcie vzatý do výpočtu odozvy musí byť taký, aby

zanedbaná energia sústavy z dôvodu ohraničeného počtu vlastných tvarov vzatých do odozvy nebola väčšia 10%. Toto kritérium sa sleduje podielom efektívnej a celkovej hmoty sústavy, tento musí byť väčší ako 0.9. Problémom v systéme NEXIS je, že nie je možné zadať konštrukcie v kontakte s podložím bez hmotnosti, čo vedie k zníženiu spomínaného pomeru. Pomer je možné potom korigovať s ohľadom na hmotnosť konštrukcií v kontakte s podložím.

Súčiniteľ správania (dukility) konštrukcie q slúži na zohľadnenie schopnosti konštrukcie pohlcovať energiu pri dynamickom (v našom prípade seizmickom) zaťažení v prípade použitia lineárnych výpočtov. Hodnota súčiniteľa sa pohybuje v rozmedzí 1.0 až 5.0. Lineárne spektrum odozvy sa týmto súčiniteľom redukuje a dostávame z neho návrhové spektrum odozvy. Hodnota súčiniteľa sa určuje podľa príslušných noriem napr. STN 73 0036 (97) alebo EC8.

Podľa noriem a predpisov na riešenie odozvy konštrukcií na seizmické zaťaženie je potrebné odozvu riešiť v smere hlavných tuhostí konštrukcie. Určiť smery hlavných tuhostí konštrukcií je v mnohých prípadoch obtiažne. Pri výškových budovách s nosným jadrom sa prakticky poloha hlavných osí zotrvačnosti (tuhosti) mení vplyvom otvorov na jednotlivých typoch podloží. Vhodné je určiť smer budenia podľa roviny kmitania vlastných tvarov s najväčším podielom na odozve.

2.1.1. Výsledky výpočtu a ich vyhodnotenie

Posúdenie výsledkov výpočtu je najvýznamnejšou časťou posúdenia z hľadiska posúdenia odolnosti. Najprv je potrebné zhodnotiť výsledky podľa globálnych parametrov na základe porovnania s nezávislým výpočtom. Pri riešení odozvy na statické zaťaženie ide hlavne o vyhodnotenie kontaktných napätí v základovej škáre, vnútorných síl v stĺpoch a stenách, vyhodnotenie pretvorení. Pre takéto kontroly je vhodné ak programy umožňujú získať globálne výsledky ako sú sumy zaťažení v jednotlivých zaťažovacích stavoch, polohy a veľkosti výsledníc v zaťažovacích stavoch. V prípade odozvy na dynamické zaťaženie je vhodné skontrolovať hodnoty vlastných frekvencií podľa približných vzorcov. Ďalej je vhodné kvázistatickým metódami približne overiť hodnoty celkových síl od vodorovného zaťaženia.

2.1.3. Reálne správanie konštrukcie

Výpočty vnútorných síl v železobetónových konštrukciách sa vo veľkom množstve prípadov realizujú v pružnom stave. Tuhosti prierezov nezohľadňujú vystuženie výstužou ani tvorbu trhlín pri ohýbaných prvkoch. V uvedenom príklade ide hlavne o základovú dosku, ktorá je riešená v globálnom modeli a je v nej treba zohľadniť aj druhý medzný stav. Takáto analýza vedie k značnému nárastu úlohy. Pre overenie pôsobenia dosky a výpočet šírky trhlín je potrebné použiť výpočtový model s riedkym delením v hornej časti a hustým delením v spodnej časti tak, aby sa vystihlo pôsobenie dosky z hľadiska dotvarovania a zmrašťovania betónu.

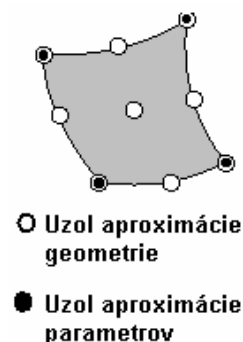
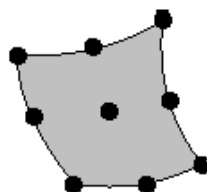
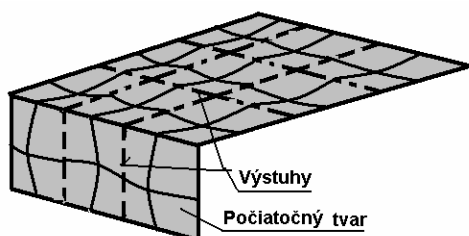
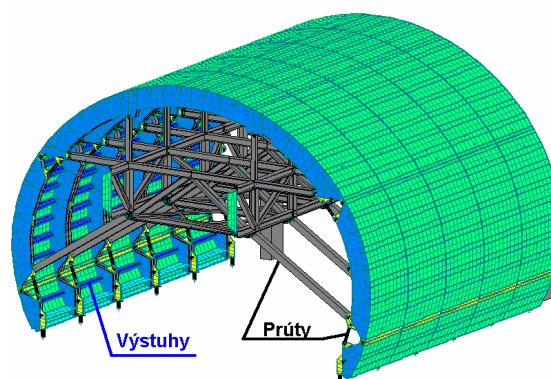
2.2. Výpočet doskostenovej konštrukcie

Druhým príklad je doskostenová konštrukcia, ktorá je vo všeobecnosti zložená z plošných rovinných prvkov, ktoré môžu byť zaťažené v strednicovej rovine alebo kolmo na strednicovú rovinu. V praxi sú tieto konštrukcie často kombinované s prútovým prvkami tvoriacimi výstupy. V oceľových konštrukciách sú hrúbky doskostí malá a časté sú excentricky pripojené výstupy.

Základným cieľom každého výpočtu je preukázať spoľahlivosť konštrukcie z hľadiska mechanickej odolnosti ako aj použiteľnosti. Aj keď predchádzajúca veta vyznieva ako jednoduchý zákon, jej naplnenie pri zložitých konštrukciách je často zložitá.

Z hľadiska tvorby výpočtového modelu doskostenovej konštrukcie musíme mať na pamäti dve základné odlišnosti proti pôsobeniu prútových konštrukcií a to je výraznejší vplyv šmykového ochabnutia a vydúvanie stien.

Výpočtové programy využívajúce plošné konečné prvky sú dostatočné pre riešenie konštrukcie bez vplyvu počiatočných imperfekcií. Počiatočné imperfekcie sú technickým faktom a ich zanedbanie je na strane zníženia spoľahlivosti konštrukcie. Výpočtový model so zahrnutím vplyvu imperfekcií musí pre aproximáciu oblasti používať prvky umožňujúce aproximáciu počiatočného tvaru doskostenovej konštrukcie. Nie je možné použiť rovinné plošné prvky pre aproximáciu oblasti. Vhodnými sa javia izoparametrické prvky, ktoré používajú pre aproximáciu geometrického tvaru tie isté bázové funkcie ako pre aproximáciu neznámych parametrov. Na obr.2 je zobrazená oblasť, ktorú je potrebné aproximovať konečnými prvkami.

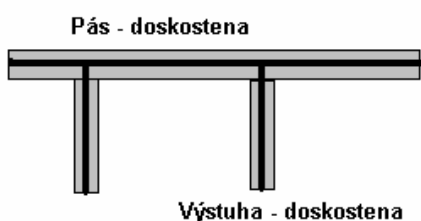


Obr.2 Doskostenová konštrukcia

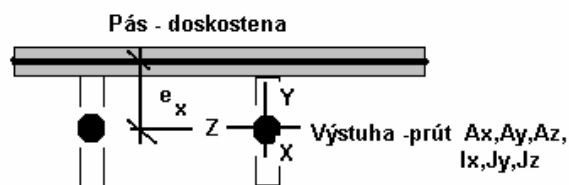
Obr.3 Izoparametrický element

Obr.4 Superparametrický element

Pre riešenie doskostenových konštrukcií MKP je dostupnejšie riešiť konštrukciu v dvoch etapách. I etapa je riešenie globálnej odozvy konštrukcie bez vplyvu imperfekcií v lineárnej oblasti. Výsledkom riešenia sú vnútorné sily, napätia a deformácie konštrukcie. Druhá etapa je posúdenie jednotlivých častí pomocou normových predpisov so zohľadnením vydúvania stien a šmykového ochabnutia širokých pásov. Takéto riešenie je menej náročné na požítý software a výkon počítača. Pre aproximáciu konštrukcie vystačíme s plošnými prvkami a prútmi. Pre posúdenie jednotlivých častí konštrukcie potrebujeme často poznať vnútorné sily v rezoch konštrukcie. Výhodou je, ak do výslednice rezu je program schopný zahrnúť aj príslušné vnútorné sily v prútovom prvku, ktorým je modelovaná výstuha. Výstuhy je možné modelovať aj plošnými prvkami, vedie to však k veľkému zvýšeniu rozsahu úlohy čo do stupňov voľnosti. Modelovanie výstuh plošnými prvkami je vhodné v prípade značných priečných rozmerov výstuh.



Obr.5 Aproximácia konštrukcie doskostenovými prvkami

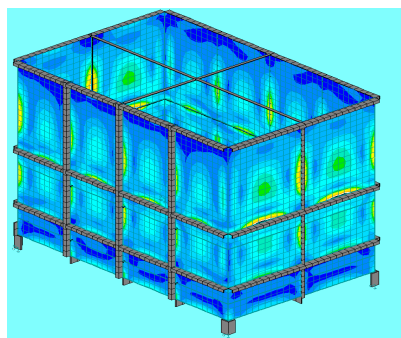


Obr.6 Výstuhy aproximované prútmi

Pri riešení konštrukcie za predpokladu geometrickej a fyzikálnej linearity je potrebné posúdením jednotlivých častí preukázať spoľahlivosť s ohľadom na vydúvanie a šmykové ochabnutie. V súčasnosti sú pre takéto posúdenia dostupné EUROKÓDY napríklad Eurocode 3 Časť 1.5, a Časť 1.3.

2.2.1. Výsledky výpočtu a ich vyhodnotenie

Vyhodnotenie výsledkov výpočtu doskostenovej konštrukcie je značne závislé od tvaru konštrukcie a jej pôsobenia. Pre konštrukcie s výrazným priestorovým pôsobením je veľmi obtiažne nájsť približné schémy pôsobenia. Vyhodnotiť je možné reakcie na základe globálnych výsledníc a ich polohy, preto je veľmi vhodné ak výpočtové programy takéto údaje poskytujú. Celkové správanie konštrukcie sa pomerne dobre overí na základe zobrazenia deformovaných tvarov.



Obr.7 Priebeh napätí na hranatej nádrži

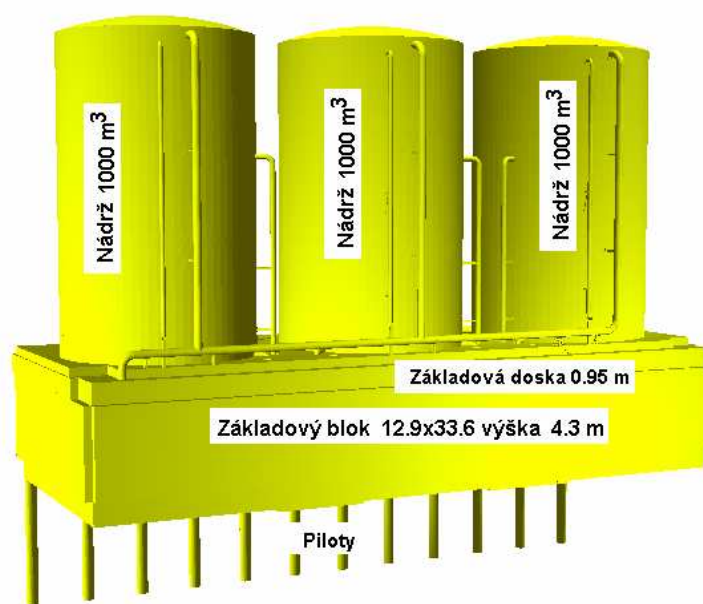
2.2.3. Reálne správanie konštrukcie

Tenkostenná doskostenová konštrukcia vplyvom šmykového ochabnutia a vydúvania mení svoju tuhosť, ktorá má vplyv na zmenu vnútorných síl. Ak je miera zmeny vnútorných síl významná, musí byť konštrukcia posúdená s ohľadom na túto zmenu. Zmenu je možné do výpočtového modelu zaviesť zmenami hrúbok resp. širok častí konštrukcie. Zmenou sa nesmie meniť pôvodný model čo do globálnej geometrie. Vhodné je už pri tvorbe výpočtového modelu predpokladať miesta, kde bude potrebné meniť hrúbky elementov, aby boli zásahy do existujúceho modelu minimálne.

2.3. Výpočet nádrží a základu

Tretím príkladom je kombinácia niekoľkých konštrukcií s odlišným pôsobením v jednom výpočtovom modeli. Ide seizmické zodolnenie nádrží včítane základu ich ukotvenia a pripojovacích miest potrubia (hrdiel). Na Obr. 8 je výpočtový model celého systému vytvorený v systéme NEXIS. Pre lepšie znázornenie je na Obr.9 pričný rez základom.

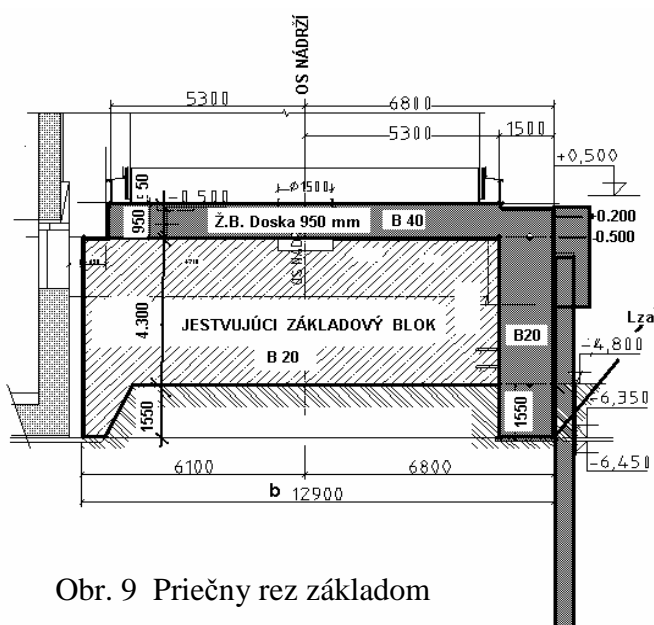
V danej úlohe bolo treba riešiť interakciu kvapaliny s nádržou pri seizmickej udalosti, ukotvenie nádrže do základovej dosky, ukotvenie dosky do existujúceho základového bloku a posúdenie stability základového bloku na preklopenie a pošmyknutie v základovej škáre.



Obr. 8 Výpočtový model nádrží a bloku

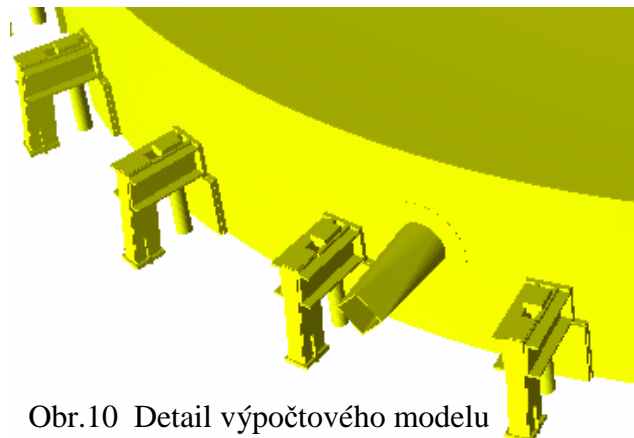
Pre riešenie odozvy bolo vypracovaných niekoľko výpočtových modelov.

Interakciu kvapaliny s nádržou je možné riešiť dvomi spôsobmi kvázistaicky pomocou vzťahov v literatúre, kde sa stručne povedané hmota náplne rozdelí na konvektívnu a impulzívnu. Impulzívna hmota kmitá súčasne s nádržou (ako by bola tuho spojená s nádržou) konvektívna hmota kmitá vo forme vlnenia voľnej hladiny kvapaliny. Poloha pôsobiska je daná vzťahmi závislými od výšky nádrže a priemeru nádrže. Druhým riešením je riešenie pomocou výpočtového modelu tvoreného pre nádrž škrupinovými prvkami



Obr. 9 Pričný rez základom

a pre kvapalinu fluidnými prvkami. Interakcia nádrže a kvapaliny je potom riešená ako odozva na budenie akcelerogramom. V prípade, že nie sú k dispozícii akcelerogramy z reálnych zemetrasení v danom území (napr. aj naše územie), použijú sa syntetické akcelerogramy odvodené podľa istých zásad zo spektra odozvy. Kontakt nádrže a základovej dosky bol riešený ako kontaktná úloha s uvažovaním geometrickej nelinearity. V tejto úlohe boli modelované kotevné elementy a plášť nádrže tak, aby sa vystihla interakcia nádrže a kotevných elementov.



Obr.10 Detail výpočtového modelu

Na Obr.10 je časť výpočtového modelu kotevných elementov a plášťa nádrže včítane hrdiel pre zaústenie potrubí. Bola riešená každá nádrž samostatne.

Spojenie železobetónovej dosky a existujúceho základového bloku bolo riešené ako kontaktná úloha. Kontakt bol modelovaný prútovými prvkami spájajúcimi základovú dosku a základový blok. Prúty ukotvenia boli modelované ako prúty prenášajúce iba ťah a ostatné prúty modelujúce kontakt boli modelované ako prúty prenášajúce iba tlak. Na tomto výpočtovom modeli boli riešené aj vnútorné sily v základovej doske a jej dimenzovanie.

2.3.1. Výsledky výpočtu a ich vyhodnotenie

Výsledky výpočtu boli vždy porovnávané s približnými výpočtami. Tento postup bol aj dokumentovaný. Pre vyhodnotenie napätí bola použitá s ohľadom na koncentrácie napätí metodika doporučovaná ASME normami. Princípom posúdenia v týchto normách je separátne zohľadnenie účinkov napätí od membránových síl a od ohybových momentov. V systéme NEXIS zatiaľ tieto napätia nie sú samostatne vyčíslňované a dostupné je ich preto potrebné dopočítať. Okrem kritéria porušenia HMH (Huber-Miseses-Hencky) by bolo dobre doplniť aj kritérium podľa Tresca, ktoré sa často vyskytuje v požiadavkách noriem v oblasti strojárstva.

2.3.3. Reálne správanie konštrukcie

V danom prípade ide hlavne o preukázanie dostatočnej spoľahlivosti a mechanickej odolnosti nádrží pri seizmickej udalosti. Pre riešenie je možné použiť dva postupy, jeden bol demonštrovaný v horeuvedenom texte. Druhý postup je založený na vytvorení komplexného modelu celej konštrukcie včítane interakcie nádrže a kvapaliny, interakcie základu a podložia a kontaktov jednotlivých častí. Riešenie odozvy je potom možné, ako bolo hore uvedené, pomocou riešenia odozvy na budenie akcelerogramami. Výsledkom takéhoto riešenia je správanie sa konštrukcie v každom časovom kroku riešenia odozvy. Vyhodnotenie výsledkov je značne náročné a vyžaduje si rovnako ako v prvom postupe nezávislé vyhodnotenie.

3. ZÁVER

Účelom príspevku bolo prezentovať niektoré problémy riešenia odozvy konštrukcií z hľadiska tvorby výpočtového modelu a očakávania výsledkov. Aj napriek mohutnému pokroku v oblasti výpočtovej techniky a metód výpočtu nie je v súčasnosti možné považovať možnosti riešenia odozvy konštrukcií v projekčnej praxi za vyčerpávajúce. Hlavným problémom tohto stavu je vystihnutie imperfekcií a následne hľadanie odozvy za predpokladu fyzikálne a geometrickej nelinearity.

Orientácia softwarových produktov by mala podľa môjho názoru smerovať hlavne k rozšíreniu možností analýzy v oblasti riešenia odozvy na statické a dynamické zaťaženie. Ide hlavne o riešenie poddajnosti uzlov v drevených a oceľových konštrukciách, vystihnutie imperfekcií v plošných konštrukciách hlavne v doskostenových oceľových.

V železobetónových konštrukciách potom lepšie vystihnutie správania konštrukcie s vplyvom dotvarovania a zmršťovania betónu ako aj vystihnutie postupu výstavby.

LITERATÚRA

- [1] Manuály k programu NEXIS 32.60
- [2] Klaus-Jurgen Bathe : Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982
- [3] Edward L. Wilson Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA (2002)
- [4] Anil K. Chopra.: Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, 2/E, Prentice Hall, 2001
- [5] Z. Bittnar, P. Reřicha : Metoda konečných prvku v dynamice konštrukcií, SNTL Praha 1981
- [6] Arnold Verruijt Soil Dynamics, Delft University of Technology 1994, 2004
- [7] Ray W. Clough, Joseph Penzien : Dynamics of structures,
- [8] Kol. autorov: Dynamika stavebných konštrukcií, T.P. 33, SNTL, Praha 1989
- [9] E. Juhásová : Seismic Effects on Structures, Elsevier, 1991
- [10] Suresh C. Arya, Michael W. O'Neill, George Pincuse : Design of structures and Foundations for Vibrating Machines, Gulf Publishing Company Houston, London, Paris McGraw-Hill, Inc., Second Edition, New York, 1993
- [11] Recommended lateral force requirements and tentative commentary, SEAOC (Seismology Committee Structural Engineers Association of California), San Francisco, California 1988, 1999
- [12] NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for Buildings and other Structures (Building Seismic Safety Council), (FEMA 302) 1997 Edition
- [13] Uniform Building Code 1997, ICBO 1997
- [14] Barkan D.D. Dynamics of bases and foundations. New York : McGraw-Hill 1962 (Preklad z ruřtiny)
- [15] ASCE Seismic Analysis of Safety – Related Nuclear Structures (1986)
- [16] ASCE 4-98 Seismic Analysis of Safety – Related Nuclear Structures (1998)